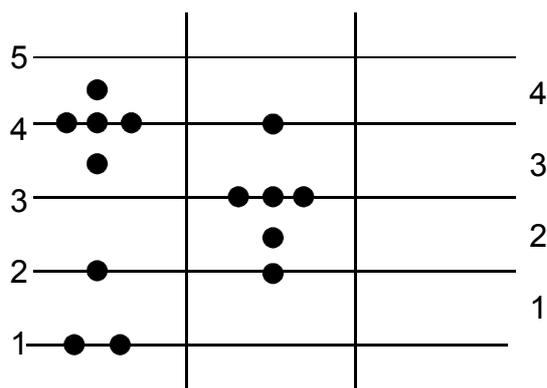


# Rechnen auf den Linien

In Fothe, 2001 wird das Rechnen auf den Linien nach Adam Ries in Spielform beschrieben und erläutert, dass die Spielregeln zwar arithmetisch begründet sind, dass diese Tatsache beim Spielen jedoch nebensächlich ist. Das Rechnen auf den Linien kann eher als Verarbeitung von Mustern angesehen werden. Die Einzelspiele für das Addieren, Multiplizieren, Subtrahieren und Dividieren wurden als Oberon-Programm umgesetzt. Das Programm ist im Internet frei verfügbar ([www.th.schule.de/th/lfk-informatik](http://www.th.schule.de/th/lfk-informatik)). Im vorliegenden Beitrag wird nach einführenden Erläuterungen die Spielstrategie beim Dividieren dargestellt. Zu historischen Grundlagen vgl. Ries, 1532 und Menninger, 1979.

## Spielbrett und Spielsteine

Das Spielbrett ist in drei Felder (erstes Feld, zweites Feld und Ergebnisfeld) sowie in Linien und Zwischenräume eingeteilt. Die Linien erhalten die Nummern 1, 2, 3,... Ebenso wird bei den Zwischenräumen verfahren. Ein Spielstein auf der Linie 1 hat den Wert 1, auf der Linie 2 den Wert 10, auf der Linie 3 den Wert 100 usw. Ein Spielstein im Zwischenraum 1 hat den Wert 5, im Zwischenraum 2 den Wert 50, im Zwischenraum 3 den Wert 500 usw.



Die beiden Zahlen, die addiert, multipliziert, subtrahiert oder dividiert werden sollen, werden in das erste und zweite Feld gelegt. Im ersten Feld liegt die Zahl 8512, im zweiten 1360. Zu jeder Ziffer gehört eine bestimmte Anordnung von Spielsteinen. Das Ergebnisfeld ist zu Beginn leer.

## Ersetzungsregeln

Nachdem die beiden Operanden in das erste und zweite Feld gelegt wurden, werden die Spielsteine so lange verschoben, ersetzt, weggenommen oder hingelegt, bis das Spielende erreicht ist. Dabei sind Regeln einzuhalten. Grundlegend sind die Ersetzungsregeln. Nach diesen Regeln können Spielsteine innerhalb eines Feldes höher- oder tiefergelegt werden, ohne dass sich der Gesamtwert der Spielsteine innerhalb des Feldes verändert.

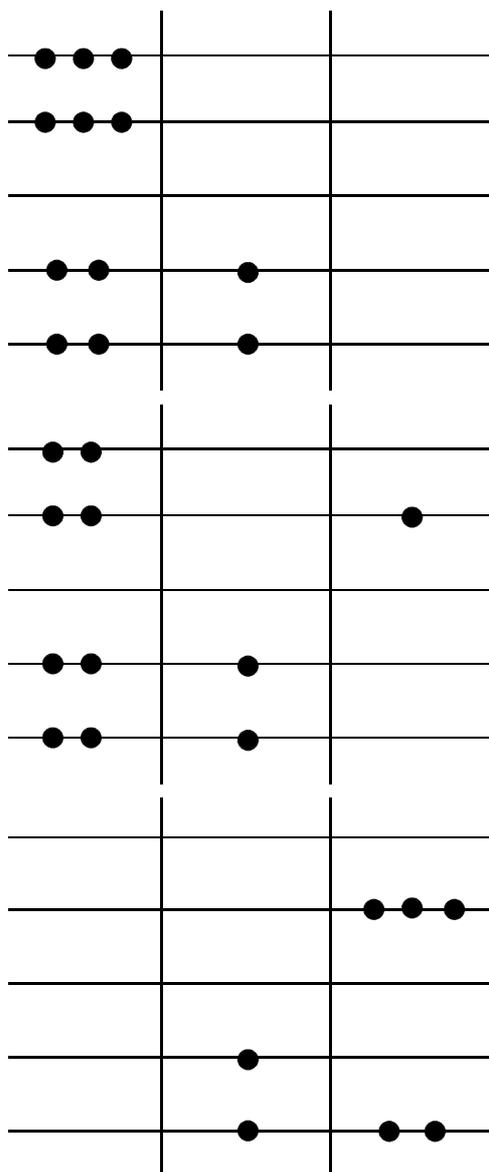
- Zwei Spielsteine, die in einem Zwischenraum liegen, können weggenommen werden. Dafür wird dann ein Spielstein auf die nächsthöhere Linie gelegt.
- Fünf Spielsteine, die auf einer Linie liegen, können weggenommen werden. Dafür wird dann ein Spielstein in den nächsthöheren Zwischenraum gelegt.
- Ein Spielstein, der auf einer Linie liegt, kann weggenommen werden. Dafür werden dann zwei Spielsteine in den nächsttieferen Zwischenraum gelegt.
- Ein Spielstein, der in einem Zwischenraum liegt, kann weggenommen werden. Dafür werden dann fünf Spielsteine auf die nächsttiefere Linie gelegt.

## Regeln für das Dividieren auf den Linien

Nachfolgend werden die Regeln für das Dividieren angegeben. Dabei wird vorausgesetzt, dass der Divisor ein Teiler des Dividenden ist.

- Nacheinander werden alle Spielsteine aus dem ersten Feld weggenommen.
- Die Spielsteine, die im ersten Feld weggenommen werden sollen, müssen in der gleichen Anordnung wie im zweiten Feld vorliegen.
- Die Anordnung im ersten Feld darf gegenüber dem zweiten Feld um ein, zwei oder mehr Linien nach oben verschoben sein.
- Ist die Anordnung um eine Linie nach oben verschoben, wird nach dem Wegnehmen der Spielsteine im ersten Feld ein Spielstein auf die Linie 2 im Ergebnisfeld gelegt. Ist sie um zwei Linien nach oben verschoben, wird ein Spielstein auf die Linie 3 gelegt usw. Ist die Anordnung nicht nach oben verschoben, wird ein Spielstein auf die Linie 1 gelegt.
- Wenn das erste Feld leer ist, ist das Dividieren beendet. Dann sind eventuell noch Spielsteine im Ergebnisfeld höher zu legen. Abschließend wird das Resultat im Ergebnisfeld abgelesen.

Das Dividieren soll an dem einfachen Beispiel  $33022 : 11$  erläutert werden.



Zuerst werden die beiden Operanden 33022 und 11 in das erste und zweite Feld gelegt.

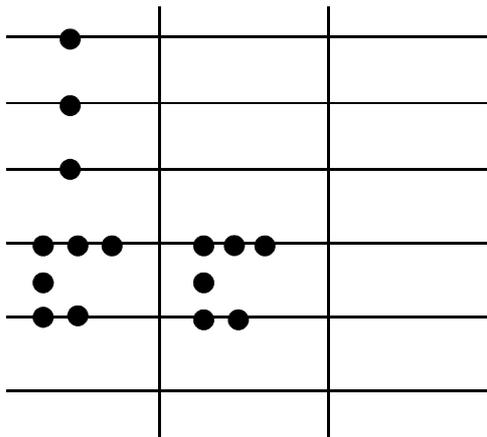
Die Reihenfolge des Wegnehmens von Spielsteinen im ersten Feld ist ohne Bedeutung. Wir entscheiden uns, als erstes eine Anordnung wegzunehmen, die aus einem Spielstein auf der Linie 4 und einem Spielstein auf der Linie 5 besteht. Ein Spielstein wird auf die Linie 4 im Ergebnisfeld gelegt.

Nun nehmen wir alle Spielsteine paarweise aus dem ersten Feld weg und legen zwei Spielsteine auf die Linie 1 und zwei Spielsteine auf die Linie 4. Das Resultat 3002 wird im Ergebnisfeld abgelesen.

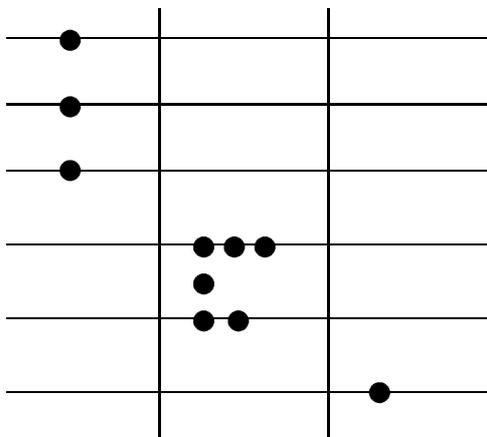
Sind im ersten Feld keine Spielsteine in der Anordnung wie im zweiten Feld vorhanden (dies war jedoch in dem Beispiel nicht der Fall), so ist die Anordnung durch Tieferlegen von Spielsteinen im ersten Feld zu erzeugen. Das ist bereits eine Frage der Spielstrategie.

### Spielstrategie beim Dividieren

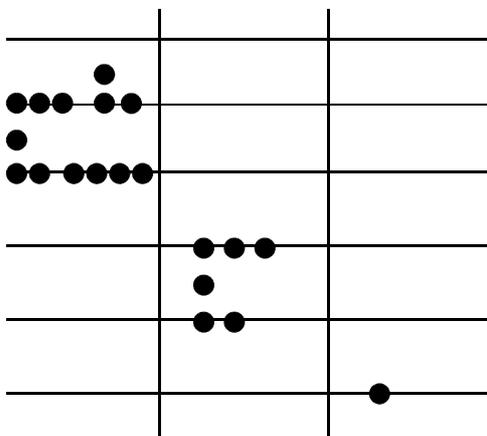
Mit Hilfe der Spielstrategie soll das Resultat in möglichst wenigen Spielzügen ermittelt werden. Spielzüge sind 1. das Tieferlegen im ersten Feld, 2. das Wegnehmen im ersten Feld/Hinlegen im Ergebnisfeld und 3. das Höherlegen im Ergebnisfeld. Das Vorgehen soll am Beispiel  $111370 : 370$  erläutert werden.



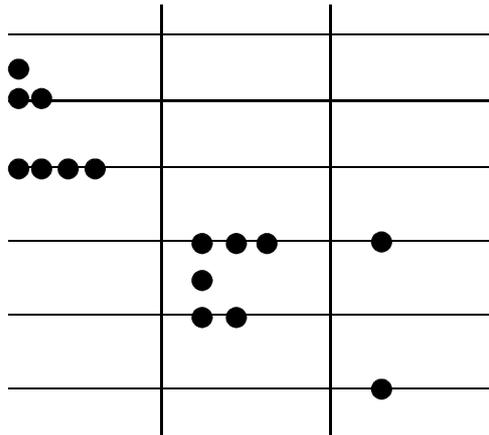
Zuerst werden die beiden Operanden 111370 und 370 in das erste und zweite Feld gelegt.



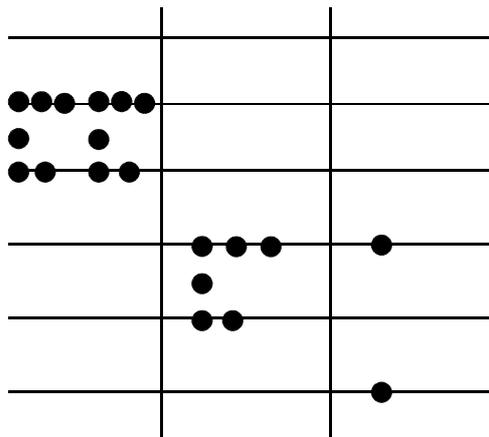
Die Anordnung von Spielsteinen kann von den Linien 2 und 3 und aus dem Zwischenraum 2 weggenommen werden. Dafür wird ein Spielstein im Ergebnisfeld auf die Linie 1 gelegt.



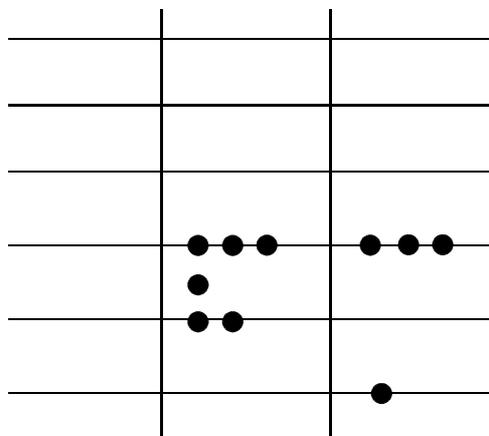
Die Anordnung aus dem zweiten Feld ist nun im ersten Feld nicht mehr vorhanden. Daher müssen im ersten Feld Spielsteine tiefer gelegt werden.



Im ersten Feld kann die Anordnung weggenommen werden. Im Ergebnisfeld wird ein Spielstein auf die Linie 3 gelegt.



Im ersten Feld werden weitere Spielsteine tiefer gelegt.



Jetzt kann die Anordnung zweimal aus dem ersten Feld weggenommen werden. Im Ergebnisfeld werden zwei Spielsteine auf die Linie 3 gelegt. Im Ergebnisfeld sind keine Spielsteine höher zu legen. Als Resultat wird 301 abgelesen.

Es sind auch andere Folgen von Spielzügen möglich. Im ersten Feld können Spielsteine unnötig tiefer gelegt werden. Das kann durch Höherlegen von Spielsteinen im ersten Feld wieder rückgängig gemacht werden oder Spielsteine werden später im Ergebnisfeld höher gelegt.

Das Oberon-Programm mit den vier Einzelspielen lässt Verstöße gegen die Regeln durch den Nutzer nicht zu. Dadurch kann sich der Nutzer auf das Umsetzen der Spielstrategie konzentrieren.

## Literatur

Fothe, M.: Rechnen auf den Linien. Vier Spiele mit dem Computer. LOG IN, 21 (2001), H. 3/4, S. 48-53

Fothe, M.: Rechnen auf den Linien - eine historische Betrachtung aus der Sicht der modernen Informatik. Vortrag auf der Jahrestagung 2002 der Fachsektion Geschichte der DMV und des AK Mathematikgeschichte und Unterricht der GDM (Tagungsband erscheint 2004)

Menninger, K.: Zahlwort und Ziffer. Eine Kulturgeschichte der Zahl. 3. Aufl. Vandenhoeck & Ruprecht, Göttingen 1979

Ries, A.: Rechnung auf Linien und Federn. Nachdruck der 10. Aufl. des 2. Rechenbuches von 1532. Nachwort von M. Weidauer. Erfurt 1991 (*preiswert zu bekommen bei der Tourismus GmbH Erfurt, Benediktsplatz 1, 99084 Erfurt*)

*Dieses Dokument stellt eine Ausarbeitung zum Schüler-Tag Mathematik der Friedrich-Schiller-Universität Jena am 31. Januar 2004 dar.*